Noções de Limites

Uma pessoa que tinha que caminhar um percurso de 10km, saindo do quilometro 50 até o quilometro 60, ele decidiu caminhar todo dia a metade do que faltava para chegar o quilometro 60.

No primeiro dia ela percorreu 5km, no segundo dia ele já tinha caminhado 7,5km e no terceiro dia 8,75km e assim sucessivamente.

Observe:

Agora considera a função f(x) e x correspondendo os dias caminhado (x ), logo teremos um f(x) = 10 - , e f(x) correspondendo a distancia percorrida.

Distância (y)

10

8

6

4

2

0

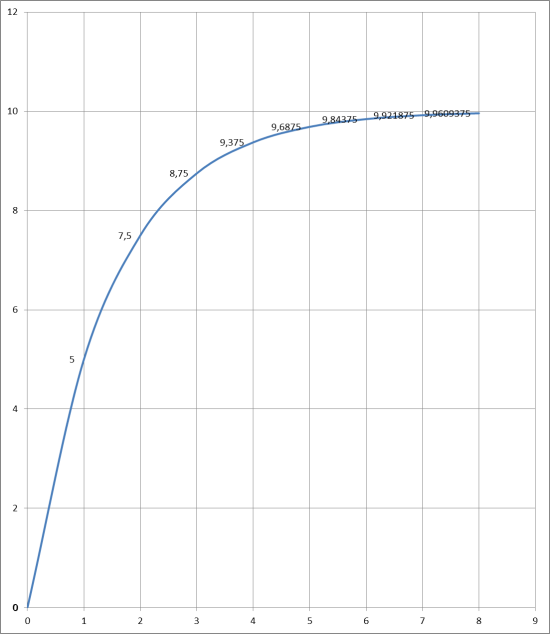
4

3

2

1

|  |  |
| --- | --- |
| x | f(x) |
| 0 | 0 |
| 1 | 5 |
| 2 | 7,5 |
| 3 | 8,75 |
| 4 | 9,375 |
| 5 | 9,6875 |
| 6 | 9,84375 |
| 7 | 9,921875 |

****

.

.

.

.

.

.

.

1 3 4 5 6 7 8 Dias (X)

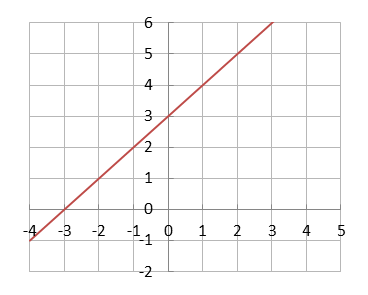
Note que, a cada dia ele se aproxima do quilometro 60, mas sempre vai ficar faltando espaço para ele percorrer.

Dizemos que, quando x tende a assumir um valor cada vez maior (x tende ao infinito), então f(x) tente a 10.

Em símbolos:

Lemos: Limite de f(x) quando x tende ao infinito é igual a 10.

Seja a função f: , definida por f(x) = x + 3 e o gráfico cartesiano correspondente.



Notamos que, para valores de x cada vez mais próximo de 2, temos valores de f(x) cada vez mais próximo de 5. Isso acorre tanto quanto x tendendo a 2 pela esquerda, como pela direita, isto é sendo pela esquerda x se aproxima por valores menos que 2 e pela direita com valores maiores que dois.

Usamos como notação as expressões:

Lê-se: o limite de f(x), quando x tende a 2 pela esquerda é igual a 5

Lê-se: o limite de f(x), quando x tende a 2 pela direita é igual a 5

Então, em símbolos:

Definição

Considerando uma função f(x), definida num intervalo L, temos que o limite de f(x), quando x tende a *a*, é o numero *b*, se, para todo existir, em correspondência, um número , de modo que x  *a e a -* x *< a +* *b - f(x) < b +*

Assim:

*a - a*  *a +*

*b +*

*b*

*b -*

f(x)

x

Exemplos:

1. Considere a função f: , definida por f(x) = x² - 4 e o seu gráfico:

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 x

f(x)

7

6

5

4

3

2

1

-1

-2

-3

-4

5+

|  |  |
| --- | --- |
| x | f(x) |
| 2,8 | 3,84 |
| 2,9 | 4,41 |
| 3,1 | 5,61 |
| 3,2 | 6,24 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 5- |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 3- 3+ |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Sendo que o domínio de f(x) é o conjunto dos números reais, em que f(3) = 5 e que os valores de f(x) se aproximam de 5 ( conforme mostra a tabela), para valores de x próximo de 3 então: